

—有理数と無理数—

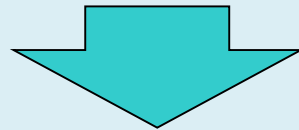
日野市立大坂上中学校

有理数と無理数

定 義

有理数・・・分数で表せる数。

無理数・・・分数で表せない数。



$\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ ……、 π (円周率) など。

$\sqrt{2}$ は無理数である

証 明

$\sqrt{2}$ が有理数ならば $\sqrt{2} = \frac{b}{a}$ と表せる。

$$\sqrt{2} = \frac{b}{a} \quad \leftarrow \text{両辺に } a \text{ をかける。}$$

$$\sqrt{2} a = b \quad \leftarrow \text{両辺を2乗する。}$$

$$2a^2 = b^2$$

背理法

$2a^2$ は平方数とはならないので矛盾となる。

よって $\sqrt{2}$ は有理数とはならない。

有理数と無理数の違い

◎分数を小数になおす。

$$\frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow \text{有限小数}$$

$$\frac{2}{3} = 0.666666\cdots$$

$$\frac{4}{33} = 0.121212\cdots$$

無限小数

循環小数

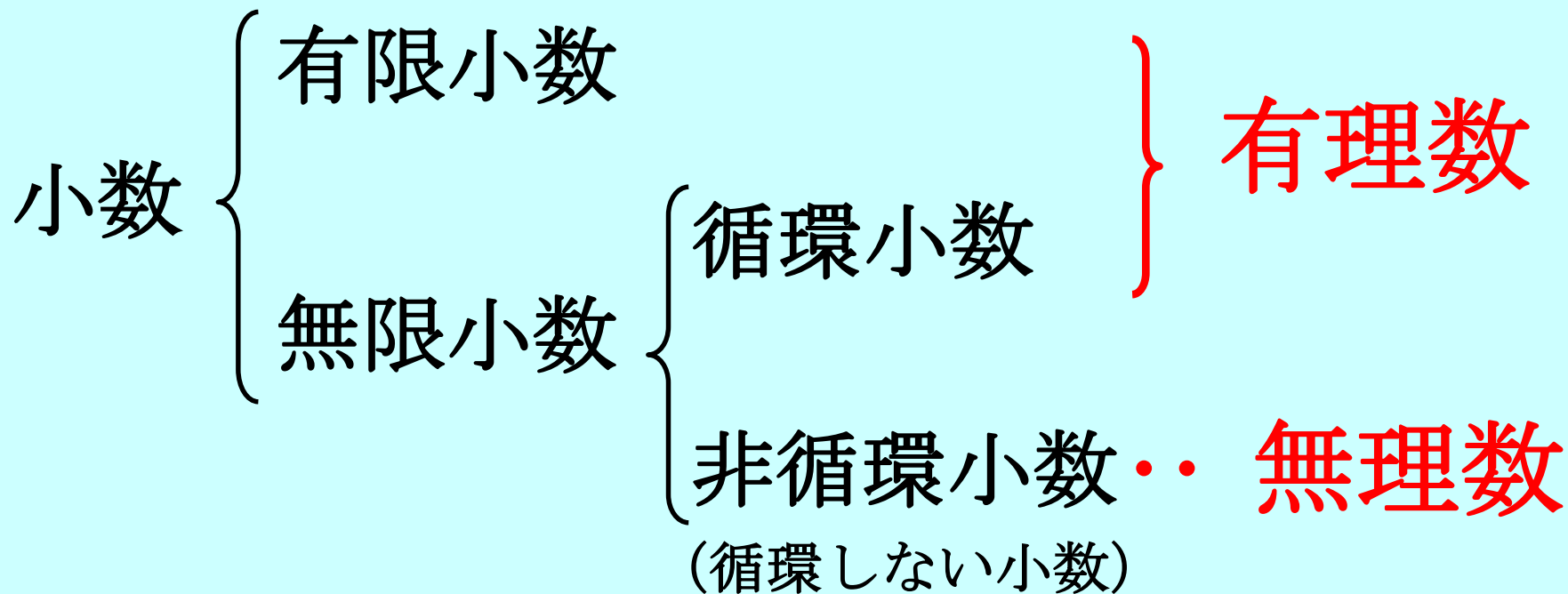
有理数

◎円周率(π)を小数になおす。

$$\pi = 3.141592\cdots \Rightarrow \text{無限小数}$$

非循環小数

無理数



有理数：分数で表せる数。 → 有限小数、循環小数

無理数：分数で表せない数。 → 循環しない小数

1.41421356237309504880168872420969807856967187537694
80731766797379907324784621070388503875343276415727
35013846230912297024924836055850737212644121497099
93583141322266592750559275579995050115278206057147
01095599716059702745345968620147285174186408891986
09552329230484308714321450839762603627995251407989
68725339654633180882964062061525835239505474575028
77599617298355752203375318570113543746034084988471
632912000070695504515030144027790215451247123068192
923911021581571401111591668713011015118561987237.3
5238513214811211077154118324201285036060116824720
77143385487415505706967765372022648544701585880162
07584749226572260020855844665214583988939443709265
91800311388246468157082630100594858704003186480342
19489727829064104507263688131373985525611732204024
50912277002269411275736272804957381089675040183698
68368450725799364729060762996941380475654823728997
18032680247442062926912485905218100445984215059112
02494413417285314781058036033710773091828693147101
71111683916581726889419758716582152128229518488472...

循環小数について

分数を小数になおすと、
有限小数か、循環小数となる。

分数が無限小数となるとき、
必ず循環小数となる理由を
考えてみよう。

循環小数を分数にする。

〔例1〕 $0.3333\cdots$ を分数にする。

$0.3333\cdots = x$ とし、次のように考える。

$$10x = 3.3333\cdots$$

$$\text{—) } x = 0.3333\cdots$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

よって

$$0.333\cdots = \frac{1}{3}$$

〔例2〕 $0.151515\cdots$ を分数にする。

$0.151515\cdots = x$ とする。

10倍では小数点以下が揃わない。

$$100x = 15.1515\cdots$$

$$x = 0.1515\cdots$$

$$99x = 15$$

$$x = \frac{15}{99}$$

$$x = \frac{5}{33}$$

よって

$$0.1515\cdots = \frac{5}{33}$$

では循環小数を

分数に直してみよう。

次の循環小数を分数に直せ。

① $0.\dot{5}$

② $0.\dot{3}\dot{6}$

③ $1.8\dot{6}\dot{3}$

④ $0.\dot{9}$

解 答

① $0.\dot{5} = X$ とおく

$$10X = 5.55555\ldots$$

$$\text{—)} \quad X = 0.55555\ldots$$

$$9X = 5$$

$$X = \frac{5}{9}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.\dot{3}\dot{6} = X \text{ とおく}$$

$$100X = 36.3636\cdots$$

$$- \quad X = 0.3636\cdots$$

$$99X = 36$$

$$X = \frac{36}{99}$$

$$X = \frac{4}{11}$$

$$\textcircled{3} \quad 1.8\dot{6}\dot{3} = X \text{ とおく}$$

$$\begin{array}{r} 1000X = 1863.6363\cdots \\ -) \quad 10X = \quad 18.6363\cdots \\ \hline \end{array}$$

$$990X = 1845$$

$$X = \frac{1845}{990}$$

$$X = \frac{41}{22}$$

④ $0.\dot{9} = X$ とおく

$$\begin{array}{rcl} 10X & = & 9.9999\dots \\ -) \quad X & = & 0.9999\dots \\ \hline \end{array}$$

$$9X = 9$$

$$X = \frac{9}{9}$$

$$X = 1$$

よって

$$0.999\dots = 1$$

となる

