図形と相似

相似図形の計量

《立　体》

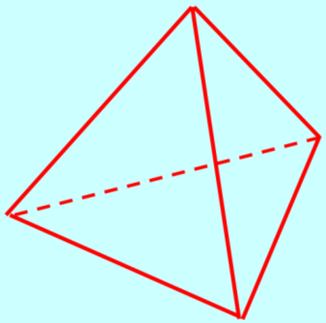
日野市立大坂上中学校

常に相似である平面図形

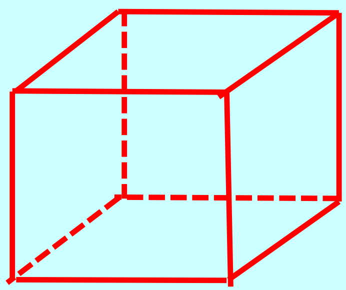
正多角形　(正三角形･正方形････)
円　　　　直角二等辺三角形　　　　等々

常に相似である立体図形

【正多面体】　　　　【 球 】



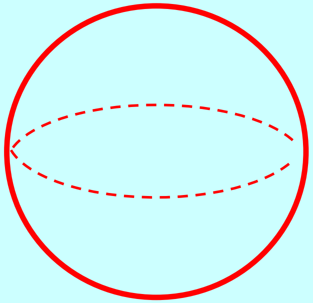
正四面体



正六面体

････

････



等々

相似な立体図形の特徴

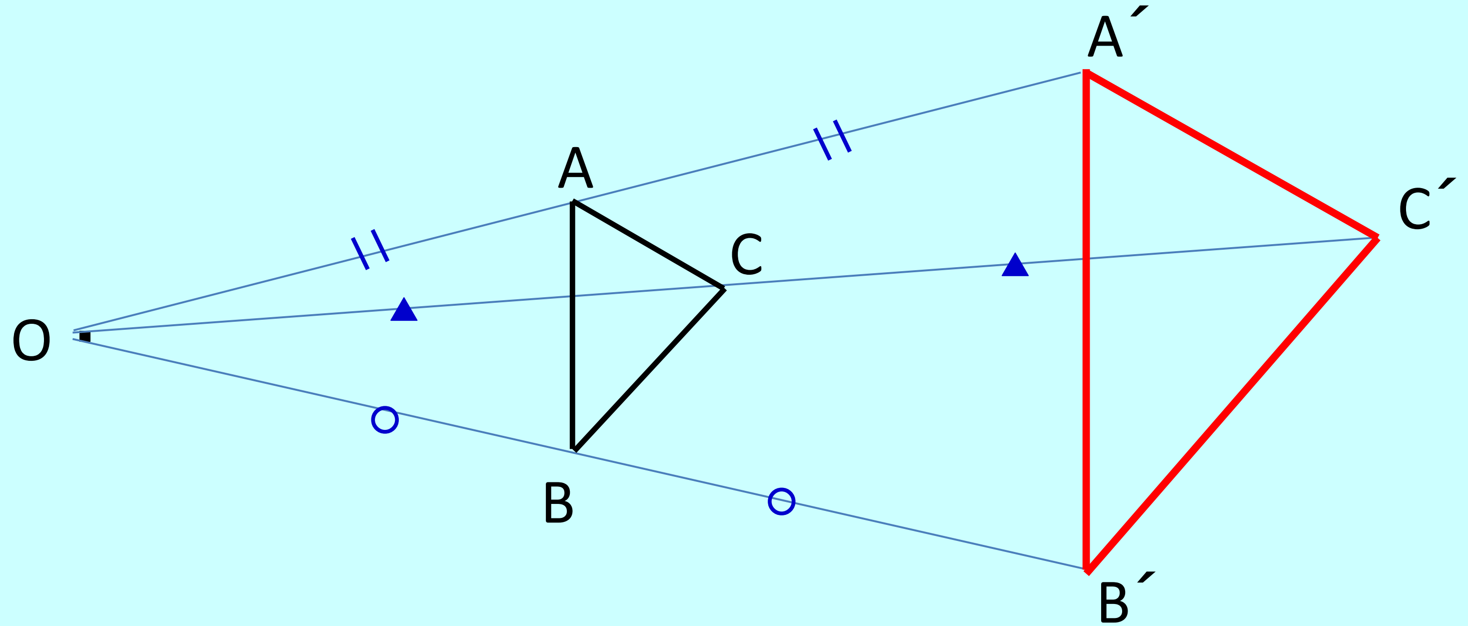
・対応する線分の長さの比は、
すべて等しい。

・対応する面は、それぞれ
相似である。

・対応する角の大きさは、
すべて等しい。

相似な立体をつくる。

まずは相似比が 1:2 である平面図形(三角形)を書こう。



ＢＣ：Ｂ´Ｃ´＝１：２

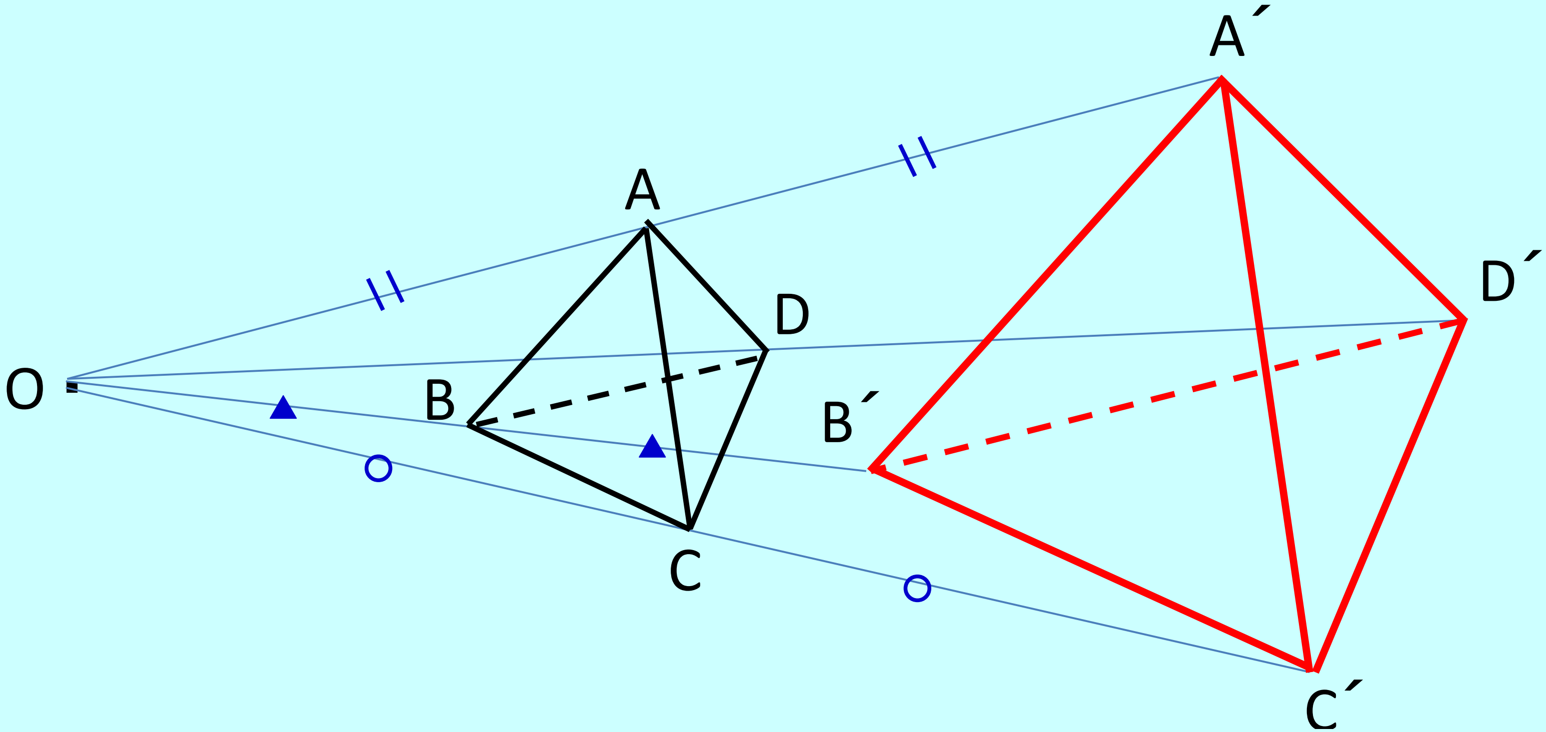
ＣＡ：Ｃ´Ａ´＝１：２

ＡＢ：Ａ´Ｂ´＝１：２

⇒

△ＡＢＣ∽△Ａ´Ｂ´Ｃ´

相似比が１：２となる三角すいをつくる。



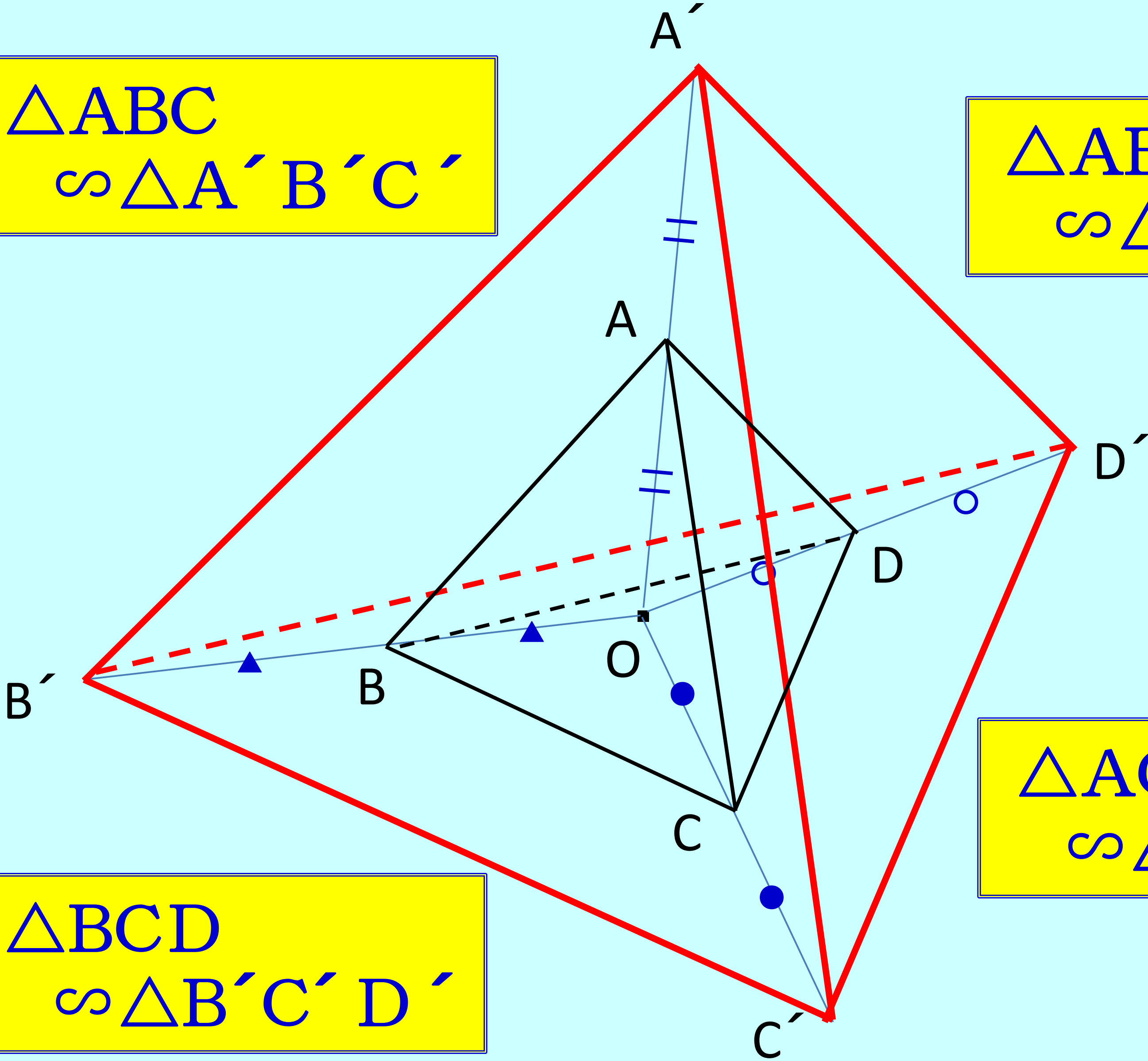
△ABD∽△A´B´D´

△BCD∽△B´C´D´

内部に相似の中心を取る。

△ABC
∽△A´B´C´

△ABD
∽△A´B´D´



△ACD
∽△A´C´D´

△BCD
∽△B´C´D´

表面積比について

考える。

表面積比

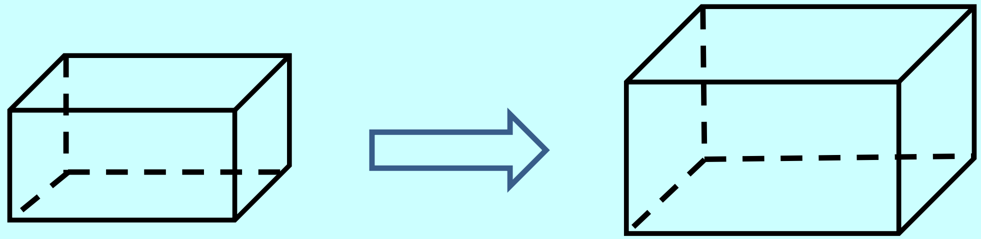
相似比		面積比
$m : n$	⇒	$m^2 : n^2$

相似である立体の対応する面は
それぞれ相似である。

表面積は全ての面の和であるから、
表面積比は面積比に等しい。

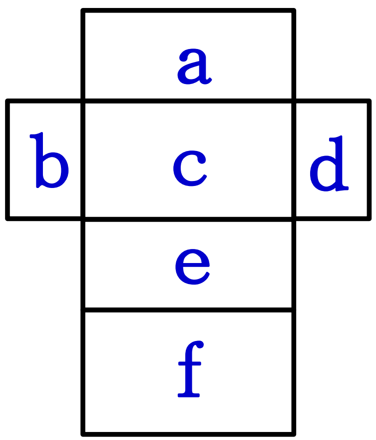
☆直方体で考えよう☆

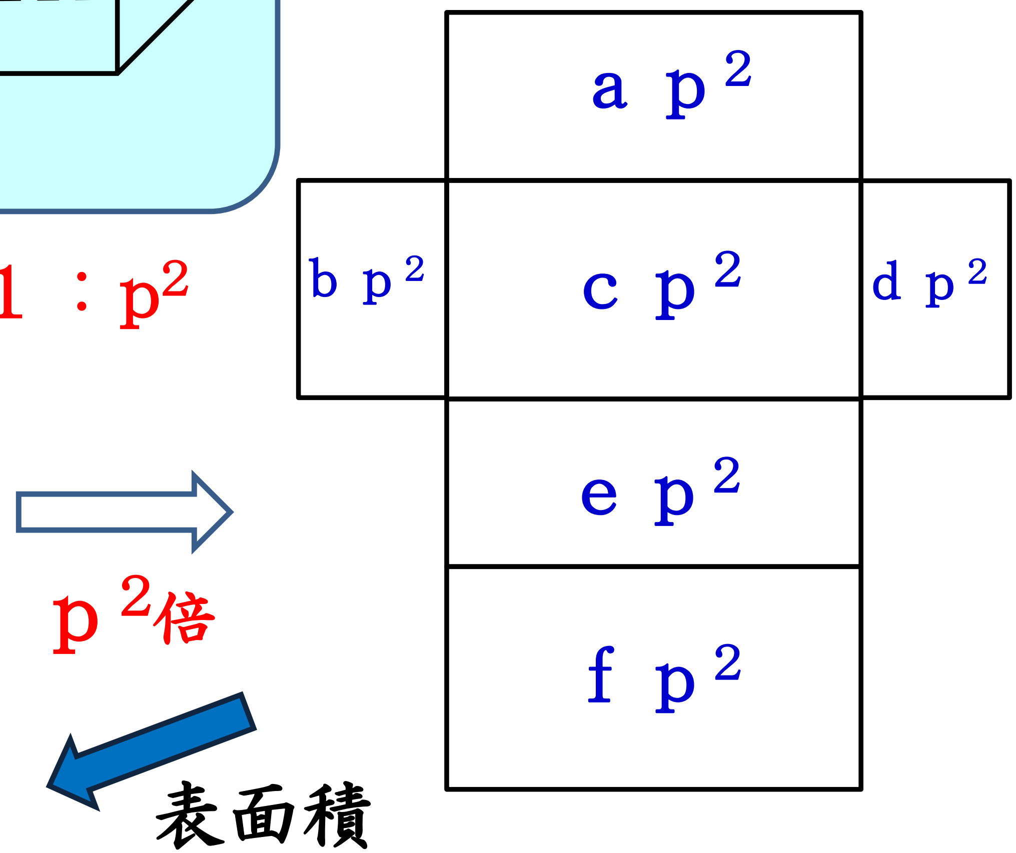
表面積比も
1：p^2 だ。



相似比　1：p

すべての面の面積比は 1：p^2





$$ap^2+bp^2+cp^2+dp^2+ep^2+fp^2 = (a+b+c+d+e+f)\times p^2$$

相似比 $1:p$ ⇒ 表面積比 $1:p^2$

相似比 $m:n$ ⇒ 表面積比 $m^2:n^2$

相似比 $m:n=1:\frac{n}{m}$

表面積比 $1^2:\left(\frac{n}{m}\right)^2=1:\frac{n^2}{m^2}$

$=m^2:n^2$

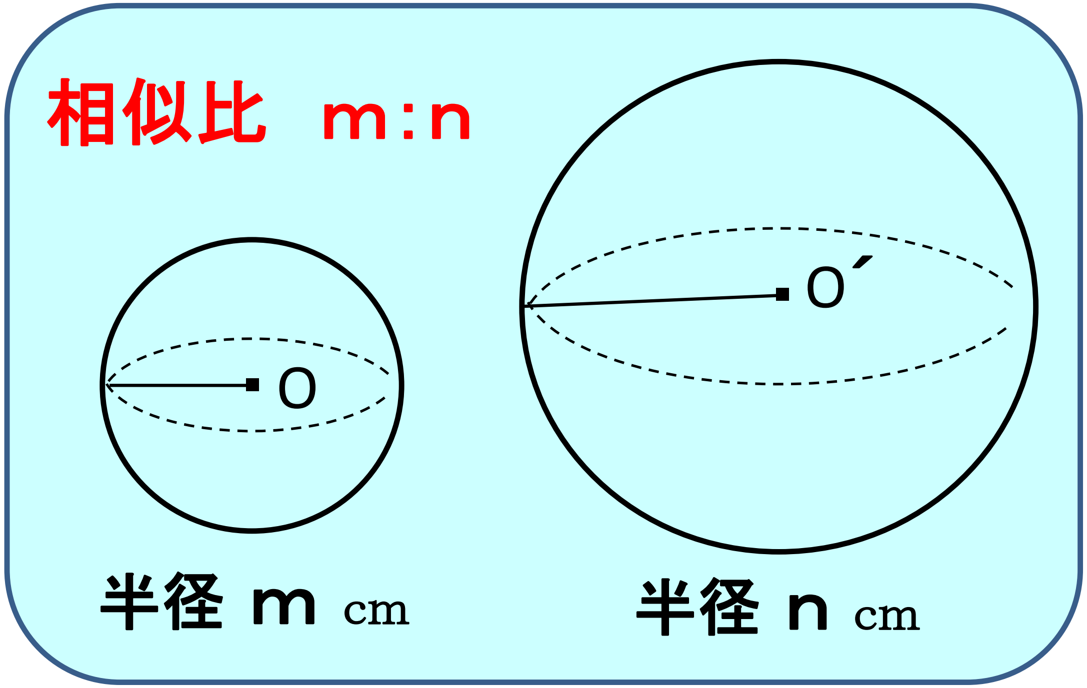
ではこれを球で

確認しよう。

2つの円OとO´の
表面積を計算し
その比を求めよ。

球の表面積は

$4 \times \pi \times (\text{半径})^2$



球Oの表面積

$4 \times \pi \times m^2 = 4\pi m^2$

球O´の表面積

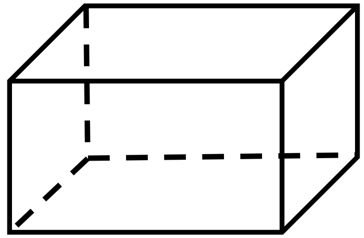
$4 \times \pi \times n^2 = 4\pi n^2$

よって表面積比は

$4\pi m^2 : 4\pi n^2 = m^2 : n^2$

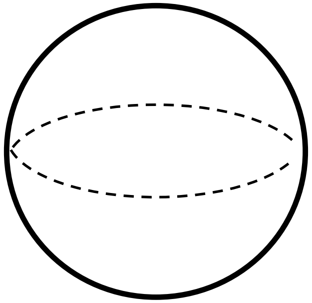
体積比について

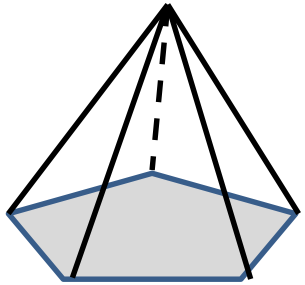
考える。



直方体の体積　（縦）×（横）×（高さ）

球の体積　$\frac{4}{3}\times\pi\times(\text{半径})^3$



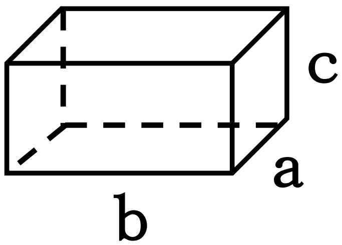


錐体の体積　(底面積)×（高さ）×$\frac{1}{3}$

体積は長さを３個かけて求める。
（ｃｍ×ｃｍ×ｃｍ＝ｃｍ^3）

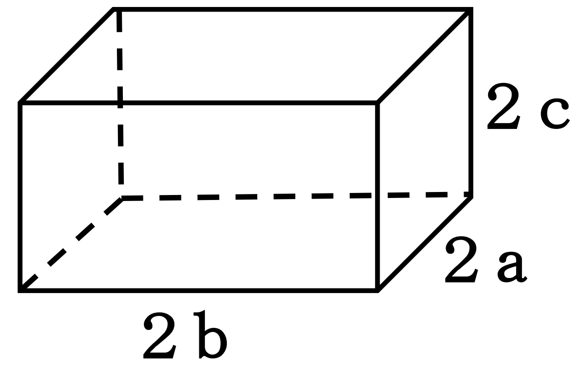
体積比

相似比１：２の直方体を考える



相似比

１：２



体積は

$a \times b \times c$

$= abc$

体積は

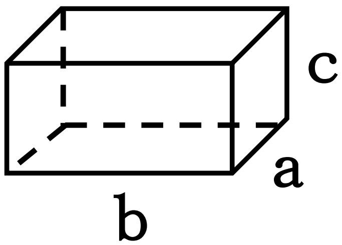
$2a \times 2b \times 2c$

$= 8abc$

体積比は　１：８　（$1 : 2^3$）

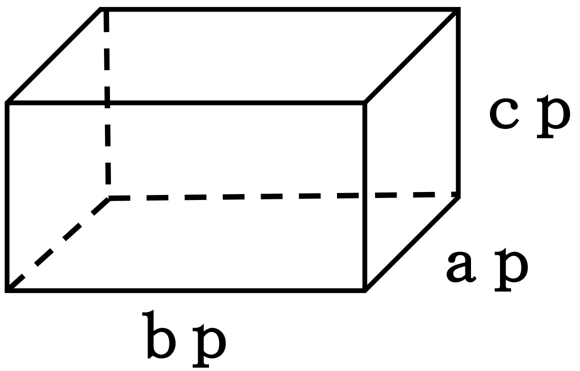
体積比

相似比１：ｐの直方体を考える



相似比

１：ｐ



体積は

$a \times b \times c$

$= abc$

体積は

$ap \times bp \times cp$

$= abc \times p^3$

体積比は　１：p^3

相似比 $1:p \Rightarrow$ 体積比 $1:p^3$

相似比 $m:n \Rightarrow$ 体積比 $m^3:n^3$

相似比 $\quad m:n = 1:\dfrac{n}{m}$

↓

体積比 $\quad 1^3:\left(\dfrac{n}{m}\right)^3 = 1:\dfrac{n^3}{m^3}$

$$= m^3:n^3$$

ではこれを球で

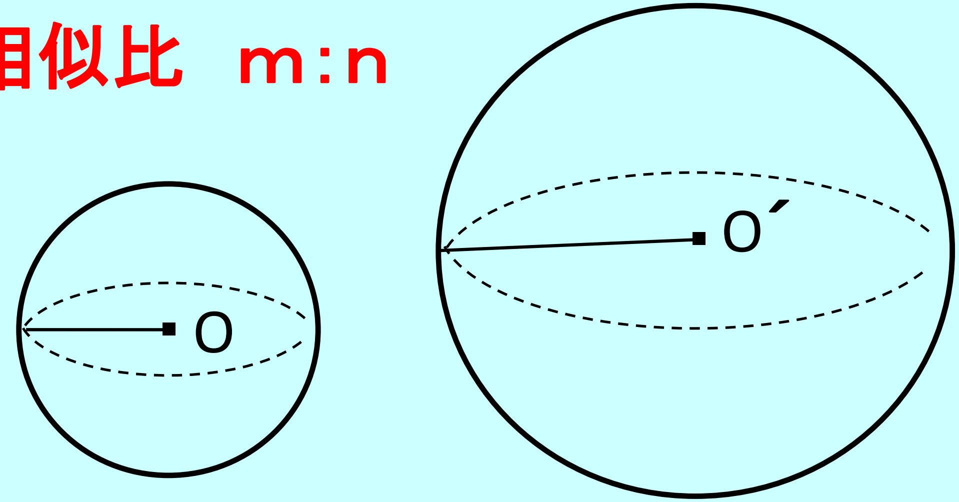
確認しよう。

2つの円Oと O´の体積を計算しその比を求めよ。

球の体積は

$\dfrac{4}{3}\times\pi\times(\text{半径})^3$

相似比　m : n



半径 m cm　　半径 n cm

球Oの体積

$$\frac{4}{3}\times\pi\times m^3 = \frac{4}{3}\pi m^3$$

球O´の体積

$$\frac{4}{3}\times\pi\times n^3 = \frac{4}{3}\pi n^3$$

よって体積比は $\dfrac{4}{3}\pi m^3 : \dfrac{4}{3}\pi n^3 = m^3 : n^3$

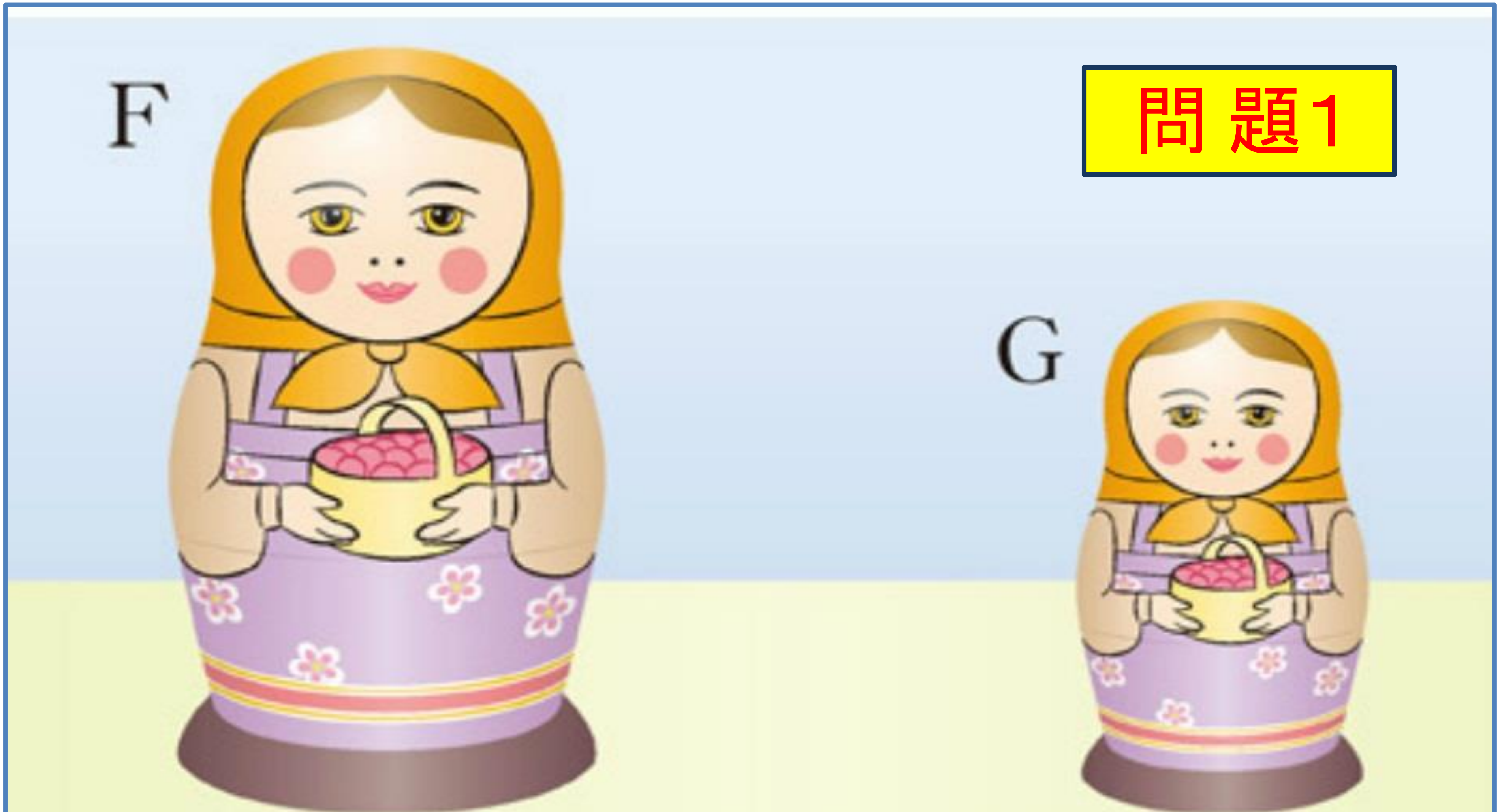
相似比　$m : n$

↓

表面積比　$m^2 : n^2$

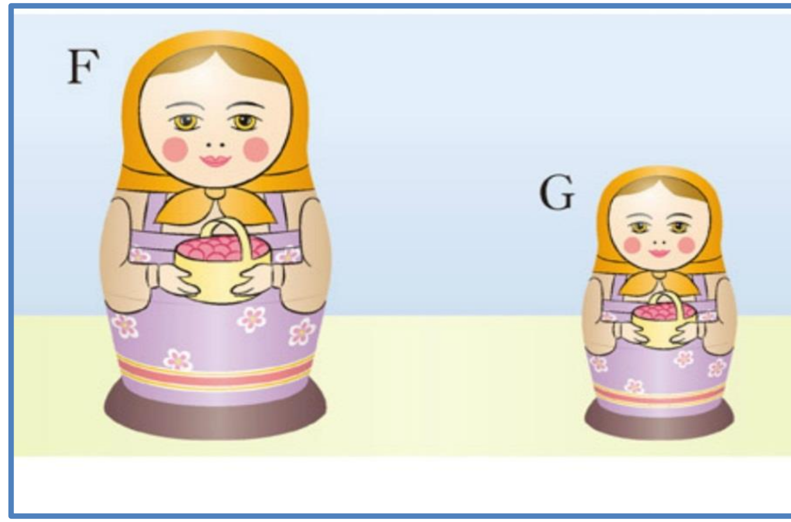
体積比　$m^3 : n^3$

問題1



相似比が３：２の相似な立体Ｆ、Ｇがあります。
Ｆの表面積が１４４㎠、体積が１０８㎤のとき、
Ｇの表面積と体積を求めなさい。

相似比が3:2の相似な2つの立体F、Gがあります。
Fの表面積が144cm^2、体積が108cm^3のとき、Gの表面積と体積を求めなさい。



Gの表面積をχ cm^2、体積を y cm^3とする。

$144 : \chi = 3^2 : 2^2$
$9\chi = 144 \times 4$
$\chi = 64$

$108 : y = 3^3 : 2^3$
$27y = 108 \times 8$
$y = 32$

答え：Gの表面積６４cm^2、体積３２cm^3

問 題 2

Gの表面積が256cm²、体積が256cm³のとき、Gの表面積と体積を求めなさい。

Ｆの表面積をχ、体積をｙとする。

$\chi : 256 = 3^2 : 2^2$

$4\chi = 256 \times 9$

$\chi = 64 \times 9$

$\chi = 576$

$y : 256 = 3^3 : 2^3$

$8y = 256 \times 27$

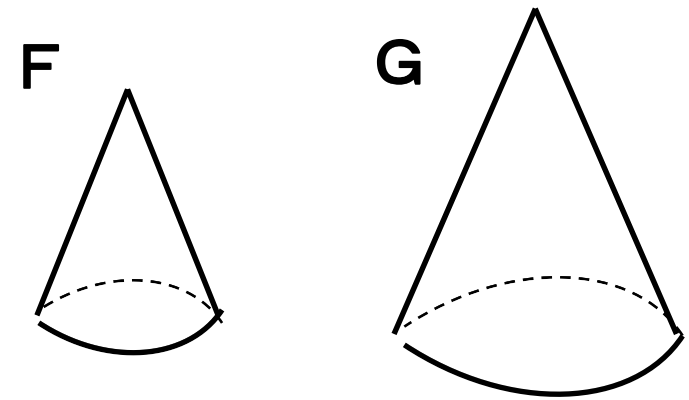
$y = 32 \times 27$

$y = 864$

答え：Ｆの表面積５７６cm^2、体積８６４cm^3

問 題 3

相似な円錐F、Gがある。
高さの比は3：4。



(1)　FとGの底面の円周の長さの比を求めよ。

長さの比は相似比に等しい。

答　3：4

(2)　FとGの表面積の比を求めよ。

表面積比は、$3^2 : 4^2$

答　9：16

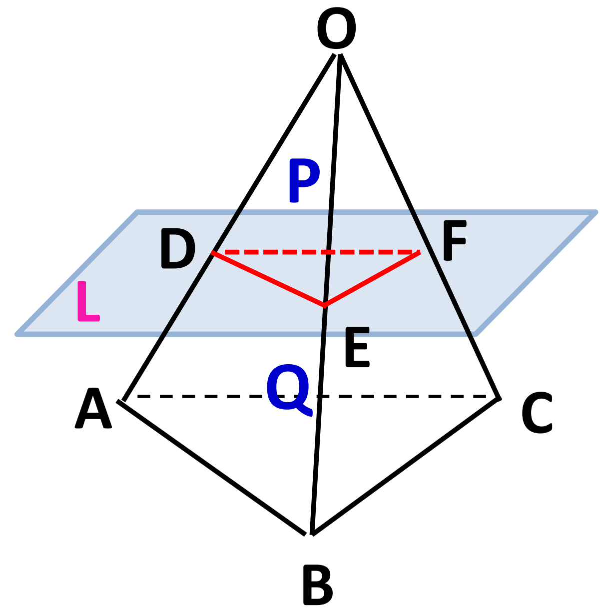
(3)　Fの体積が135πcm³のとき、Gの体積を求めよ。

$135\pi : \chi = 3^3 : 4^3$

答　$320\,\mathrm{cm}^3$

問題４

三角錐OABCの底面に平行な平面LがOAとDで交わり、OD:DA＝２:１のとき、平面によって分割された立体PとQの体積比を求めよ。



平面Ｌは底面に平行なので、

三角錐ODEF∽三角錐OABCとなる。

相似比 ２ ： ３ より 体積比は $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

Ｐ：（Ｐ＋Ｑ）＝ ８ ： ２７ であるので、

Ｐ：Ｑ＝８ ：１９

課題　　ハヤタ隊員の体重を求めよ。

シュワッチ！

課題　ハヤタ隊員の体重を求めよ。

ウルトラマン情報（公式発表）
身長　40m　体重3万5000t

ハヤタ隊員を2mとする

相似比　２：４０＝１：２０

体積比　1^3：20^3＝１：８０００

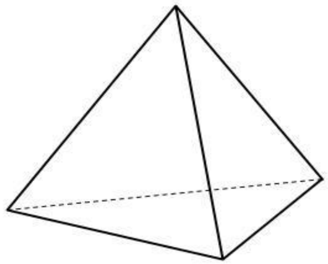
よって体重は　３５０００÷８０００

＝4.３７５（ｔ）

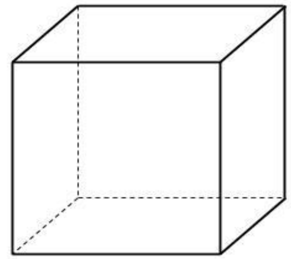
答　４３７５kg

では最後に問題

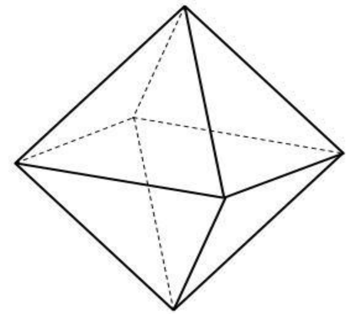
正多面体は五種類しかない



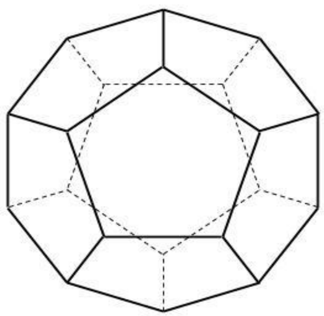
正四面体



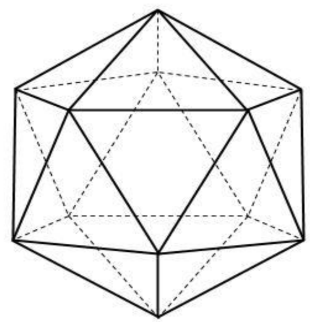
正六面体



正八面体



正十二面体



正二十面体

なぜか？

分かった人は成田先生まで

G