

# 式の計算の利用

## — 数の性質 —

日野市立大坂上中学校

計算してみよう

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 27 \\ \hline 2349 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 74 \\ \hline 2516 \end{array}$$

暗算で計算ができる！

# 不思議な計算

一の位の数が同じで、十の位の数の和が10である2けたの数の積を考える。

26 25



$$3 \times 7 + 5$$

$$5^2$$

23 49



$$8 \times 2 + 7$$

$$7^2$$

では次の計算をしよう。

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 48 \\ \hline 3264 \end{array}$$



$6 \times 4 + 8$        $8^2$

ではこれを  
乗法公式を  
利用して  
証明しよう。

その前に 2 けたの整数を式で表してみよう。

十の位の数が  $a$  で一の位の数  $c$  である  
2 けたの整数は、

となる。

もう一つの 2 けたの数は、十の位の数  $b$   
とすると、一の位の数と同じ  $c$  であるので、

となる。

ただし、である。

2つの数は、 $10a + c$  と  $10b + c$   
ただし、 $a + b = 10$

$a + b = 10$   
を代入

[ ]

次は整数の性質について

考えてみよう

# 連続する 2 つの偶数の

---

積に 1

---

掛けた  
答え。

2 と 4

4 と 6

6 と 8

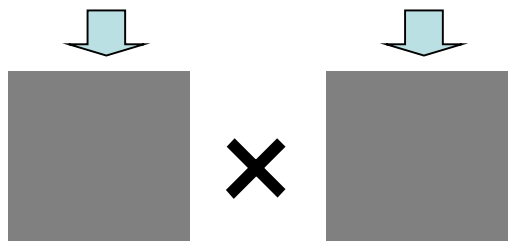
8 と 10

... といった数。

連続する 2 つの偶数の積に 1 をたした数は、  
奇数の 2 乗となる。

**まずは確かめてみよう！**

連続する偶数 (2 と 4 の場合)


$$\square \times \square + 1 = \square$$

(4 と 6 の場合)

$$\square \times \square + 1 = \square$$

お  
っ

**3<sup>2</sup>** だ！

奇数の 2 乗

**5<sup>2</sup>**！

お  
おっ

ではこれをきちんと  
証明してみよう。

連続する 2 つの偶数の  
積に 1 をたした数は、  
奇数の 2 乗になる。

では連続する 2 つの奇  
数

の積に 1 をたした場合  
は、

どうなるのだろうか。

予想してみよう！

# 連続する奇数

1 3 5 7 9 11 13 15 17

∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨

積 3 15 35 63 99 143 195 255

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

1  
を  
た  
す

4 16 36 64 100 144 196 256

$2^2$   $4^2$   $6^2$   $8^2$   $10^2$   $12^2$   $14^2$   $16^2$

全て偶数の2乗になっている。

連続する 2 つの奇数の  
積に 1 をたした数は、  
偶数の 2 乗になる。

これを証明しよう！

## 【証明】

$2 \times (\text{整数}) + 1$  だ。

$n$ を整数とおくと、連続する2つの奇数は



、



と表される。

よってそれらの積に1をたした数は、

$$(2n-1)(2n+1)+1 = 4n^2-1$$

和と差の積

$$= 4n^2$$

$$= (2n)^2$$

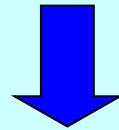
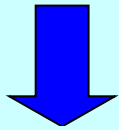
$2n$ は偶数であるので、偶数の2乗となる。



次は、因数分解や  
乗法公式を利用して  
式の計算を工夫して  
やってみよう。

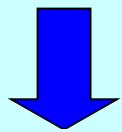
# 因数分解の利用

$17^2 - 13^2$  を計算する。

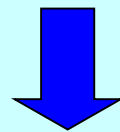


# 式の展開の利用 I

$19^2$  を計算する。

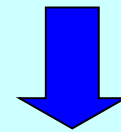
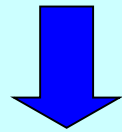


$$19^2 = (20 - 1)^2$$



## 式の展開の利用 Ⅱ

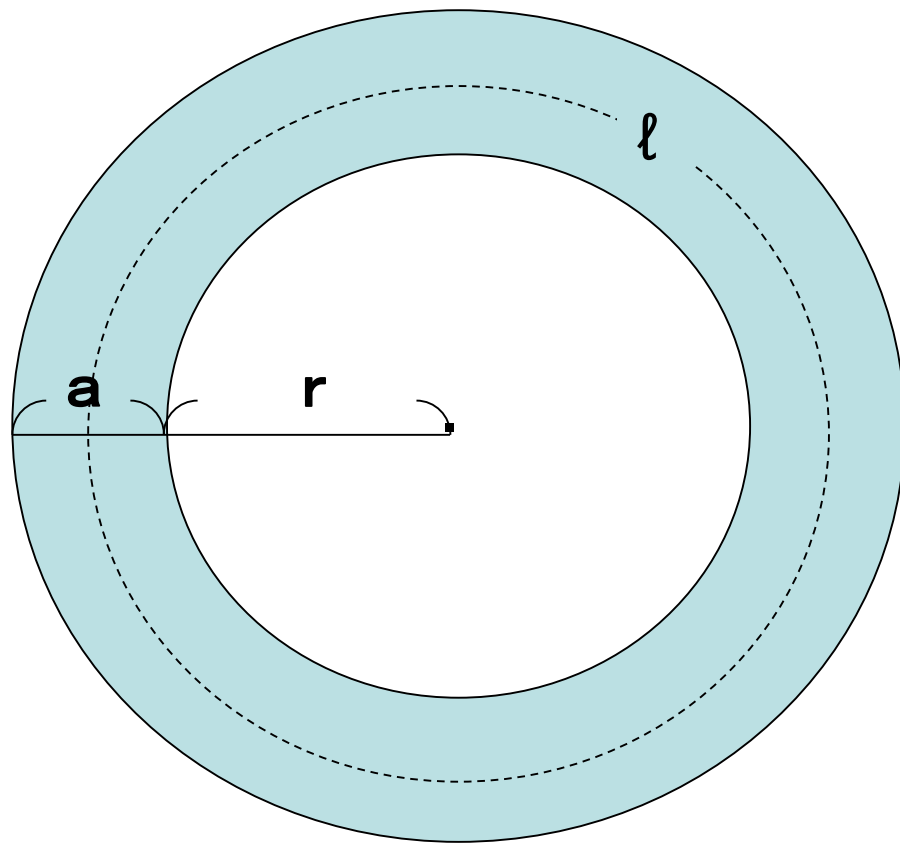
$77 \times 83$  を計算する。



$$77 = 80 - 3$$

$$83 = 80 + 3$$

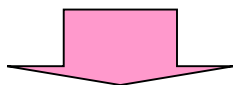
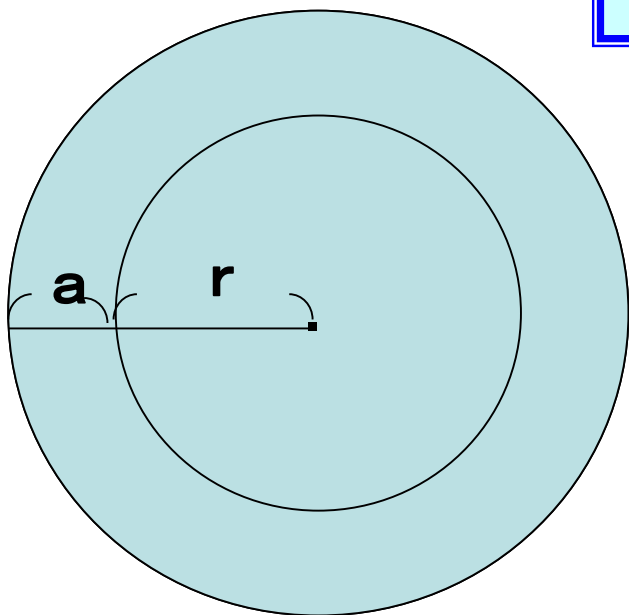
次の問題に挑戦してみよう



〔問題〕

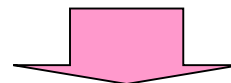
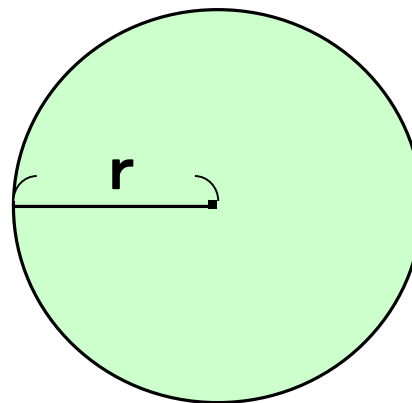
左図において、  
水色の部分の  
面積を求めよ。

2つの円の面積の差を求める。



$$(a+r)^2 \times \pi$$

—

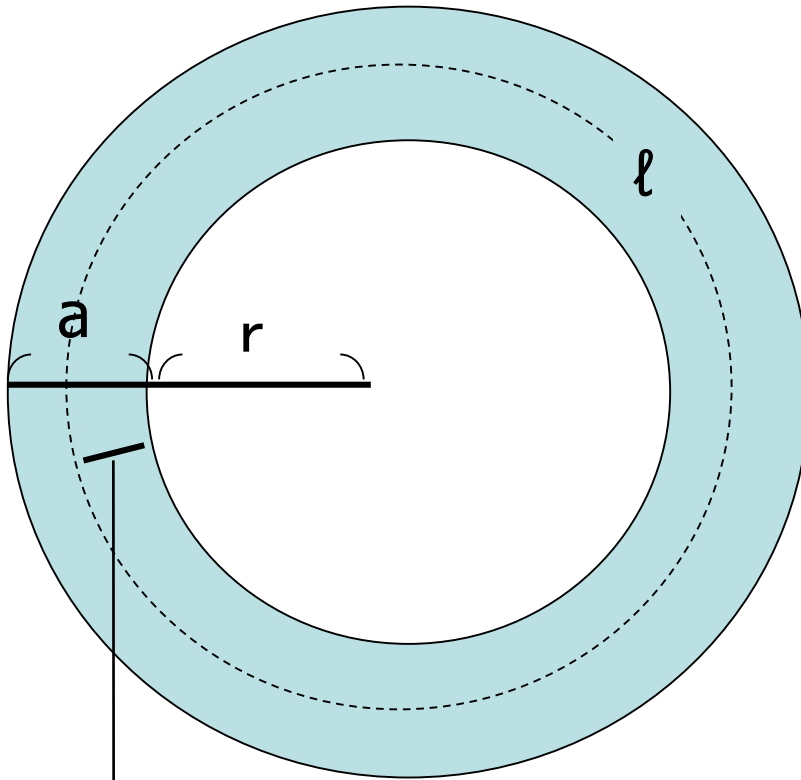


$$r^2 \times \pi$$

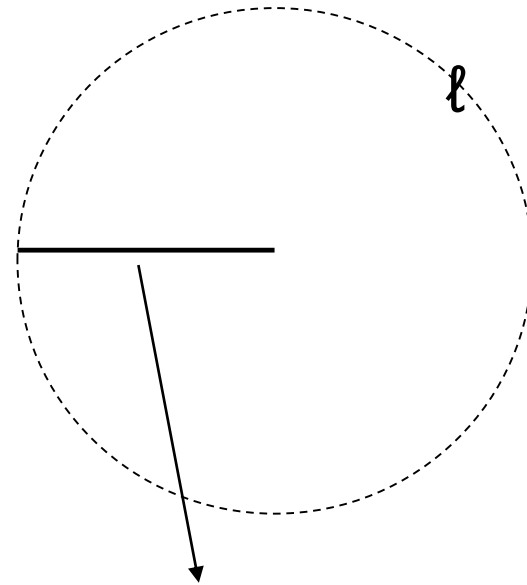
$$= \pi(a^2 + 2ar + r^2) - \pi r^2$$

$$= \pi a^2 + 2\pi ar$$

次に  $\ell$  の長さを求めよう。



この幅は  $\frac{a}{2}$  だ。



よって半径は  $\frac{a}{2} + r$  となる。

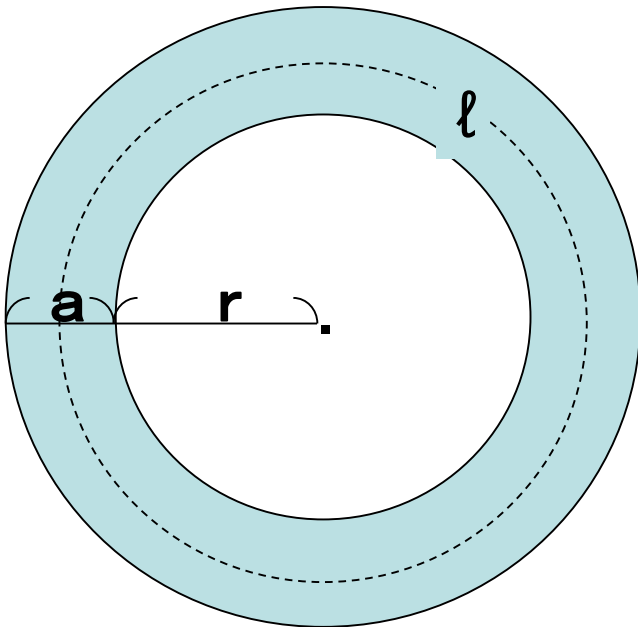
$$\begin{aligned}\text{これより } \ell &= \left( \frac{a}{2} + r \right) \times 2 \times \pi \\ &= \pi a + 2\pi r\end{aligned}$$

面積 :  $\pi a^2 + 2\pi ar = a(\pi a + 2\pi r)$

ここに  $\pi a + 2\pi r = \ell$

を代入すると、

$a(\pi a + 2\pi r) = a\ell$  となる。



よって左の水色

部分の面積は

$a\ell$  となる。

おつかれさま！