

一次関数の式を求める

1. 傾きと切片。
2. 傾きと一点の座標。
3. 2点の座標。

1. 傾きと切片 から

一次関数の式を求める。

傾きと切片から式を求める。

一次関数の式 $y=ax+b$ の a が「傾き」であり、 b が「切片」であるので、この2つの数を $y=ax+b$ に当てはめれば式は完成する。

(例) 傾きが -3 、切片が 5 である一次関数の式。

$$a = -3 \quad b = 5 \text{より}$$

$$y = -3x + 5$$

となる。

切片が -5 で、傾きが 6 の直線。

$$y = 6x - 5$$

切片が 3 で、傾きが -1 の直線。

$$y = -x + 3$$

切片が 4 で、傾きが $\frac{2}{3}$ の直線。

$$y = \frac{2}{3}x + 4$$

切片が $-\frac{1}{5}$ で、傾きが $\frac{1}{2}$ の直線。

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}$$

今度は、直線のグラフから
傾きと切片を読み取って
一次関数の式を求めてみよう。

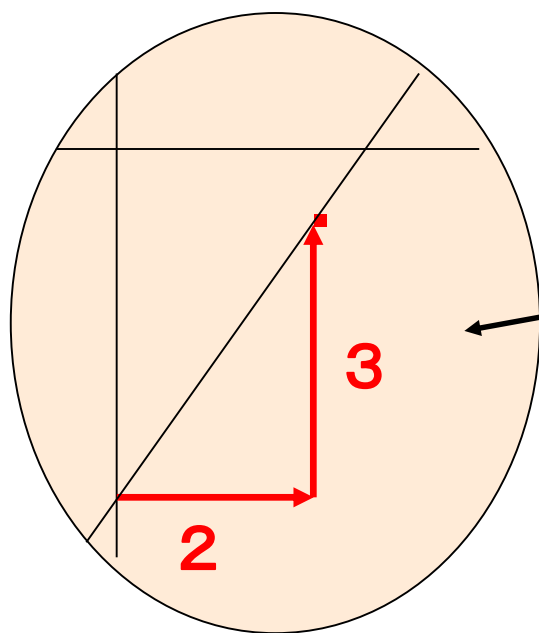
式の立て方

- ① 切片を読み取る。
- ② もう一点読み取れる点を見つける。
- ③ その2点から傾きを求める。

ψ
故に直線の式は

$$y = \frac{3}{2}x - 4$$

となる。



切片は
-4 だ。

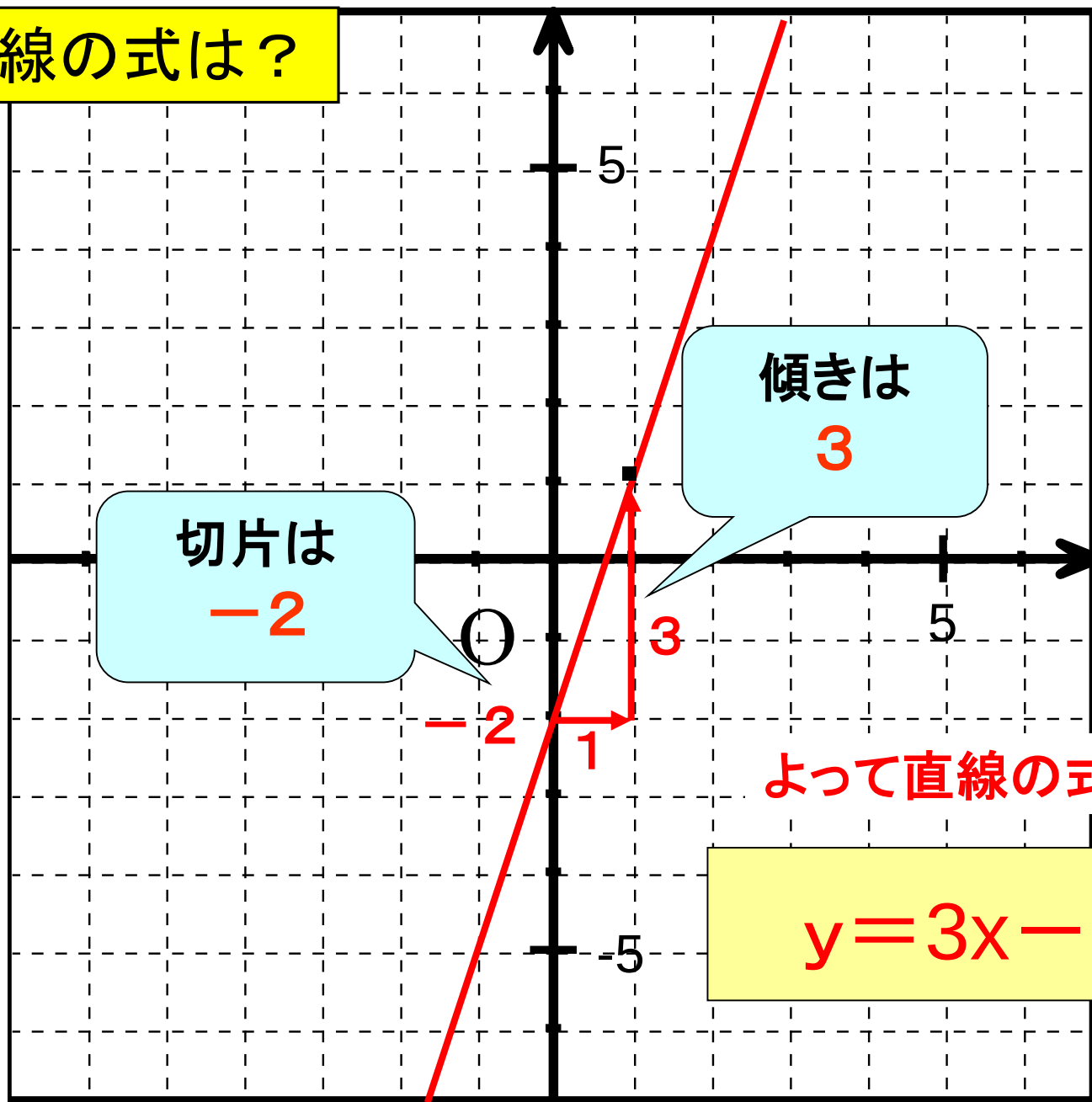
この点を読み
取れる。

この2点から
傾きを求める。

xの増加量は2

よって傾きは $\frac{3}{2}$ だ。

この直線の式は？



切片は
-2

傾きは
3

よって直線の式は

$$y = 3x - 2$$

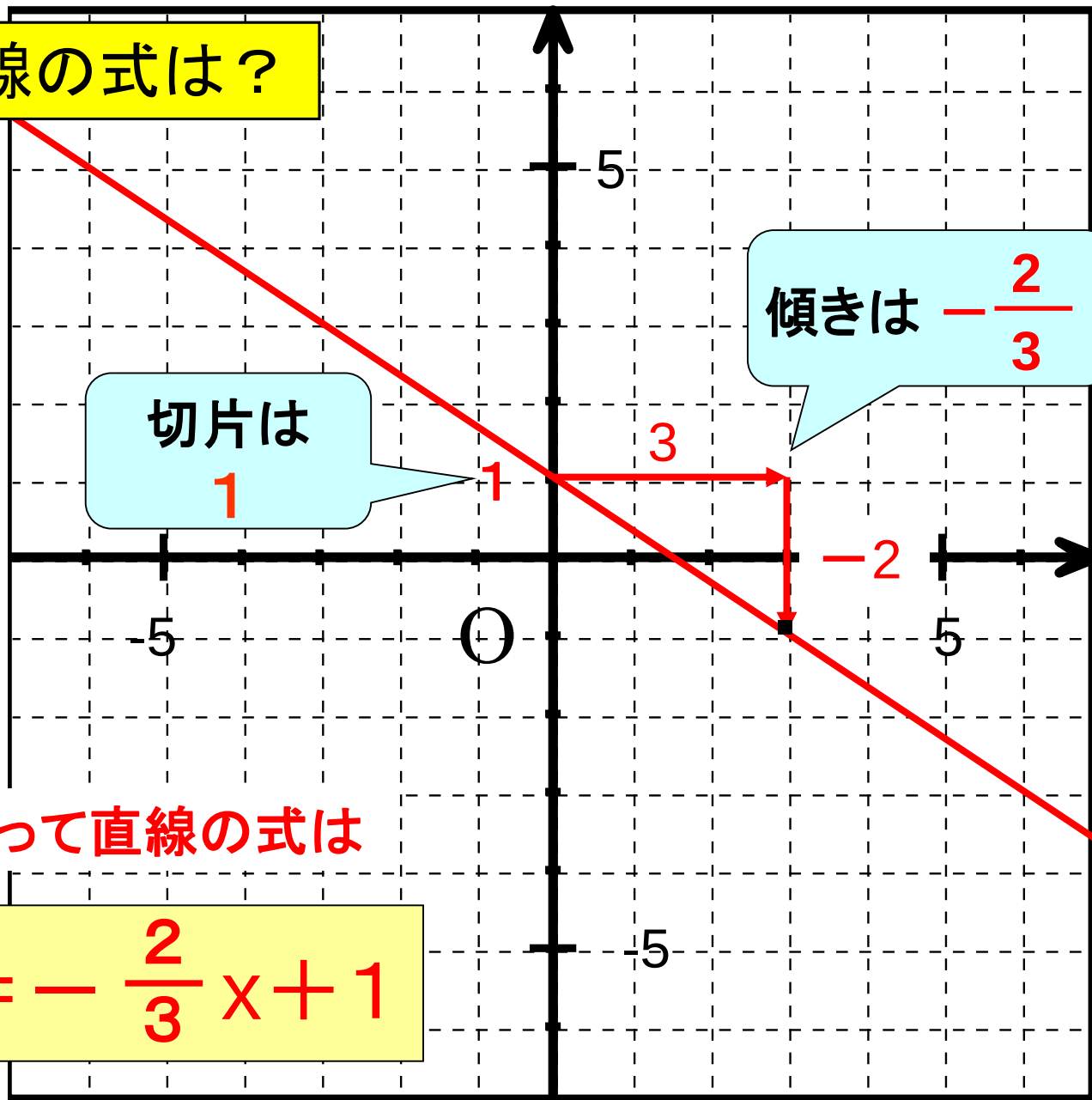
この直線の式は？

切片は
1

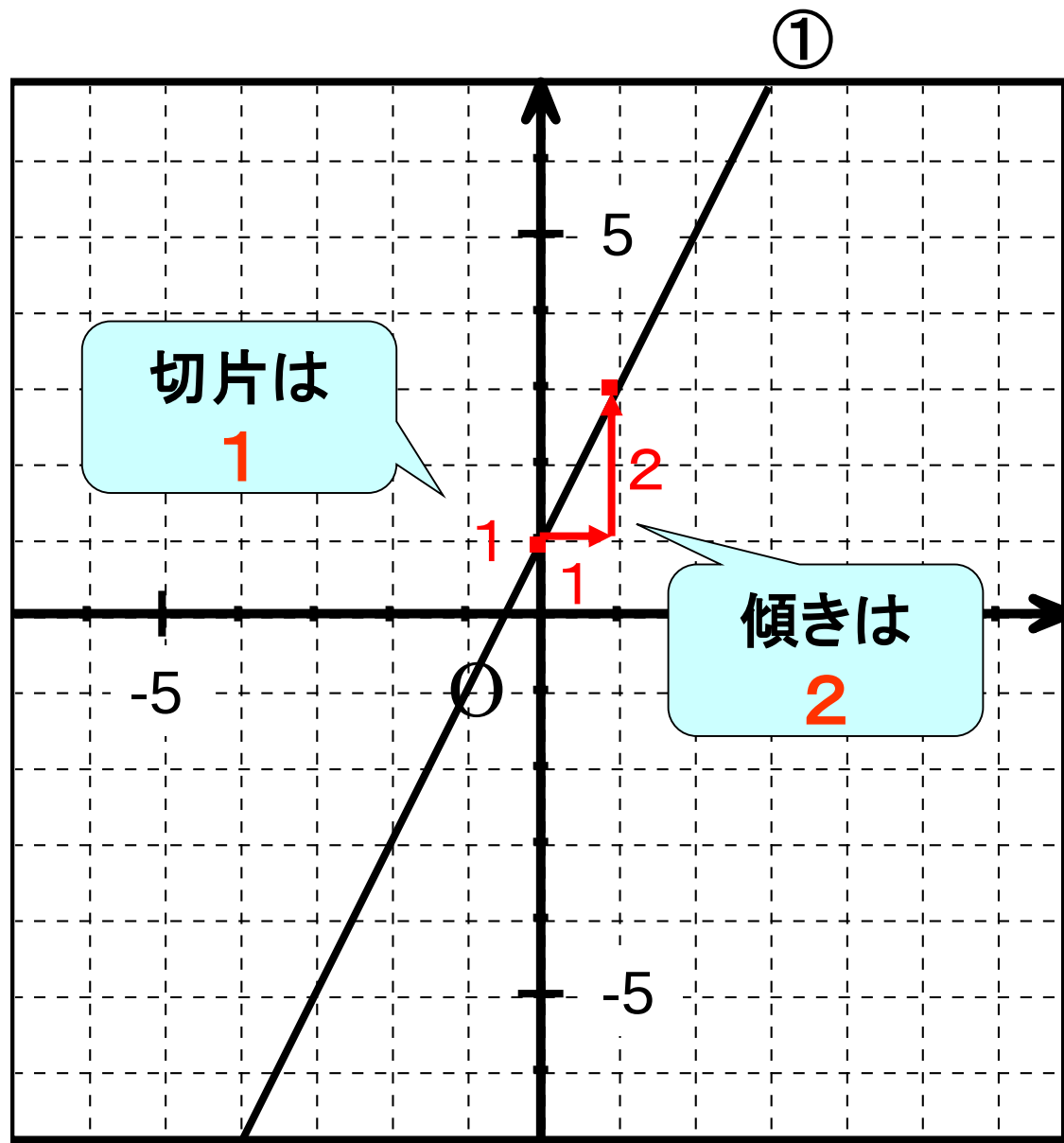
傾きは $-\frac{2}{3}$

よって直線の式は

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$



(問1) 直線の式を求める。

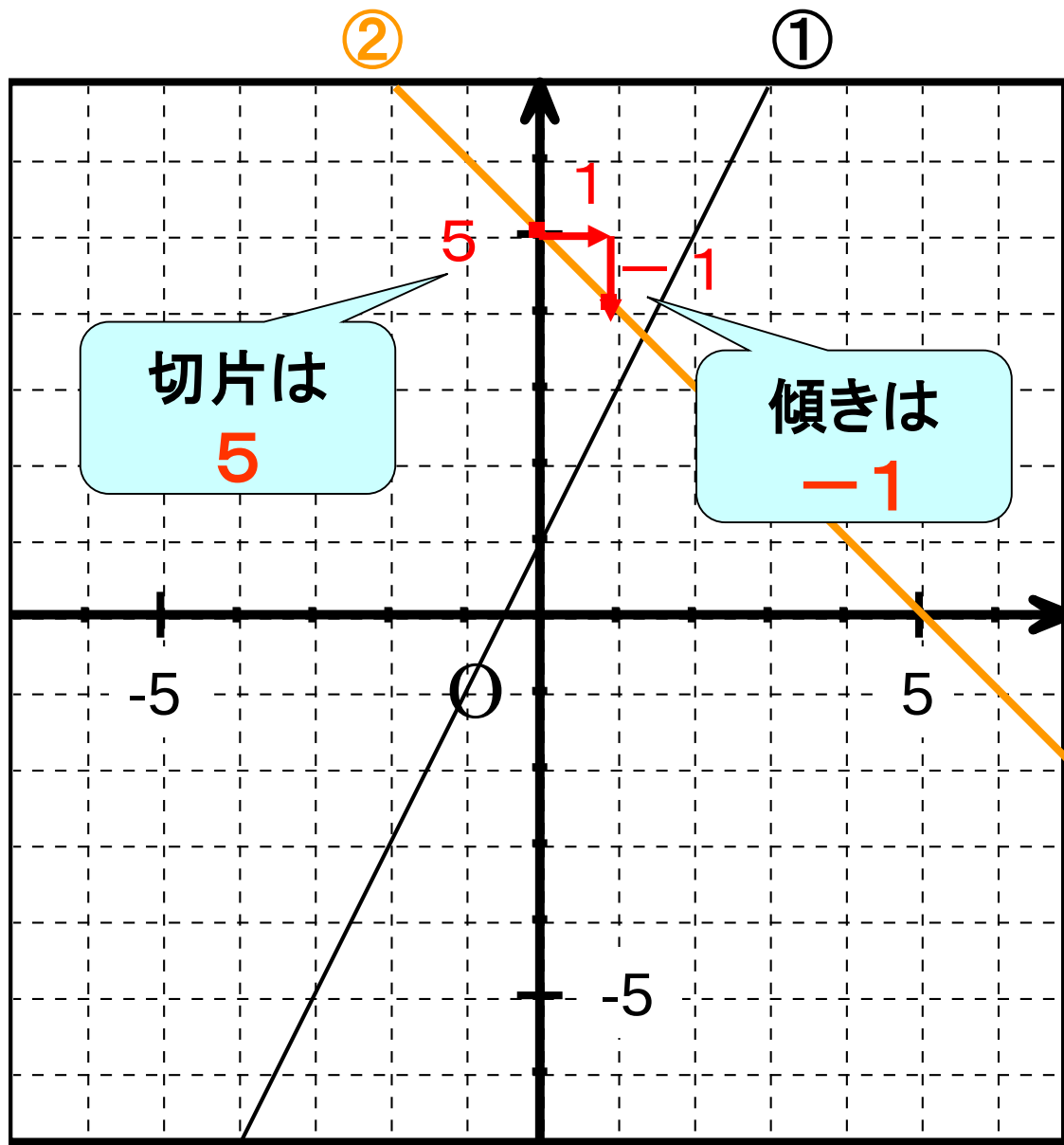


よって①の直線の式は

$$y = 2x + 1$$

となる。

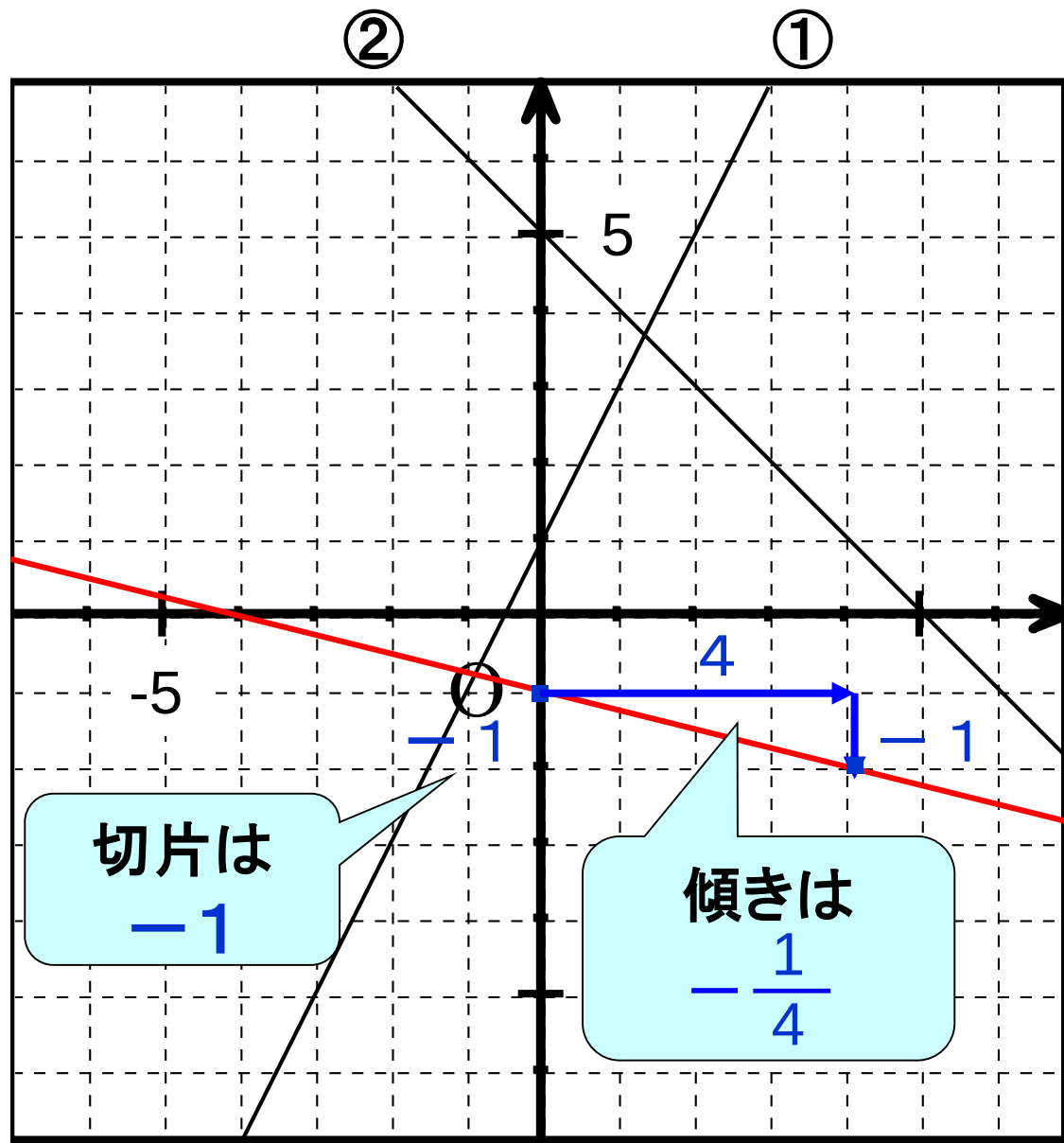
(問1) 直線の式を求める。



① $y = 2x + 1$

② $y = -x + 5$

(問1) 直線の式を求める。

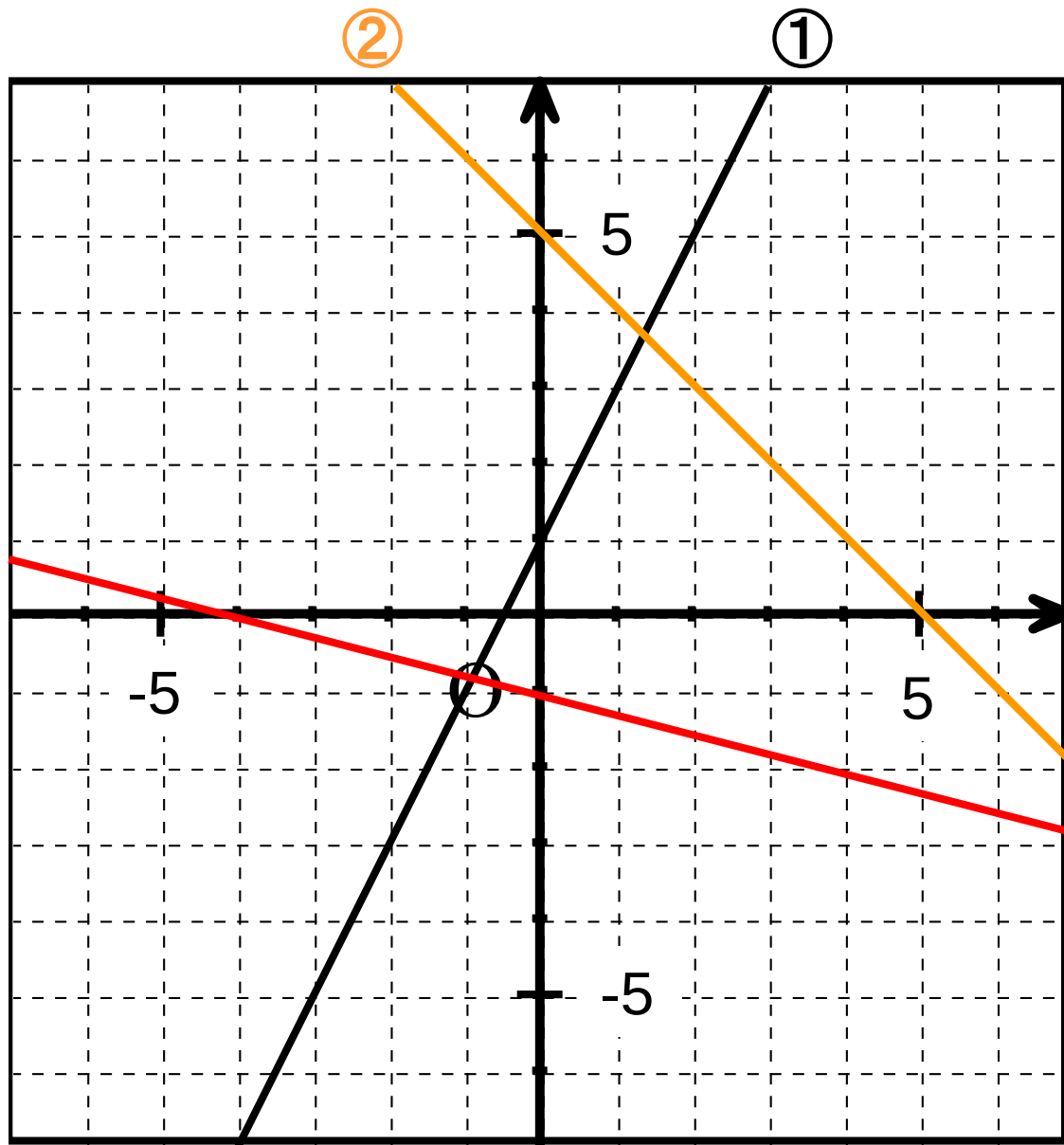


① $y = 2x + 1$

② $y = -x + 5$

③ $y = -\frac{1}{4}x - 1$

(問1) これが答えだ。



① $y = 2x + 1$

② $y = -x + 5$

③ $y = -\frac{1}{4}x - 1$

2. 傾きと一点の座標 から

一次関数の式を求める。

傾きと一点の座標から式を求める。

点(2. 3)を通り、傾きが -2 である直線の式を求めよ。

傾きが -2 であるので、 $y=ax+b$ に、 $a=-2$
を代入。 $y=-2x+b$ となる。

あとは b の値が決まれば、式は完成する。

点(2. 3)を通る直線。



一次関数の式 $y=ax+b$ において、
 $x=2$ のとき、 $y=3$ となる。

これを利用する

$a=-2$ より、 $y=-2x+b$ となった。

ここに、 $x=2$ 、 $y=3$ を代入。
これによって b の値を求める。

$y = -2x + b$ に $x = 2$ 、 $y = 3$ を代入する。

$$3 = -2 \times 2 + b$$

$$3 = -4 + b \quad \longrightarrow \quad b = 7 \quad \text{となる。}$$

故に $a = -2$ 、 $b = 7$ となるので、
直線の式は、

$$y = -2x + 7 \quad \text{となる。}$$

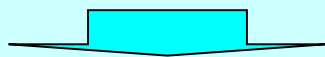
Let's try!

問2

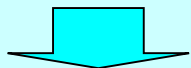
点(1, 2)を通り、傾きが-3となる。

$y = ax + b$ に、 $a = -3$ を代入。

$$y = -3x + b \text{ となる。}$$



$y = -3x + b$ に、 $x = 1$ 、 $y = 2$ を代入。



$$2 = -3 \times 1 + b$$

$$2 = -3 + b$$

$$b = 5$$

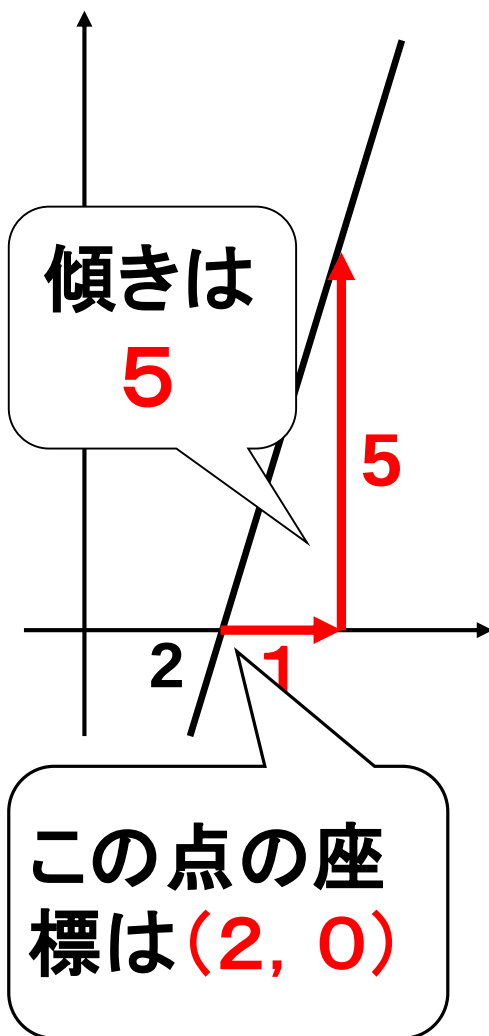
故に、 $a = -3$ $b = 5$ より

$$y = -3x + 5$$

となる。

問3

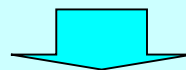
下図の直線の式を求める。



図より $a=5$ である。

よって $y=5x+b$ となる。

次に x 軸と 2 で交わっている。



点 $(2, 0)$ を通る直線である。

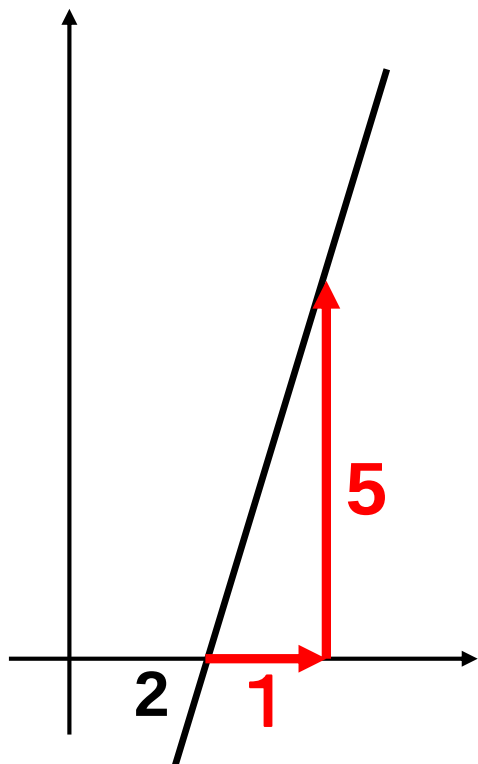
よって $y=5x+b$ に

$x=2$ $y=0$ を代入し

b を求めればよい。

問3

下図の直線の式を求める。



$$y = 5x + b \text{ に}$$

$x = 2$ $y = 0$ を代入。

$$0 = 5 \times 2 + b$$

$$\text{より } b = -10$$

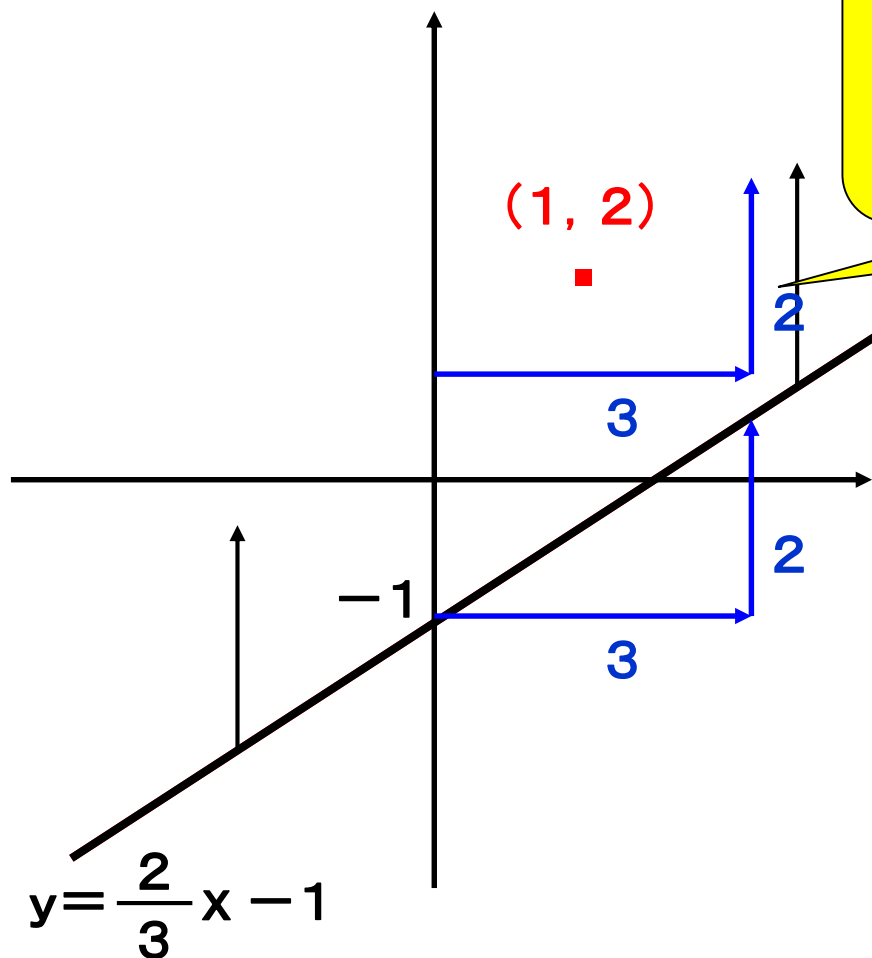
よって

$$y = 5x - 10$$

となる。

問

点(1, 2)を通り、 $y = \frac{2}{3}x - 1$ に平行な直線。



平行であるということは、
傾きが等しいということ。

よって求める直線は、
傾きが $\frac{2}{3}$ で点(1, 2)
を通る直線となる。

傾きが $\frac{2}{3}$ で点(1, 2)を通る直線。

$a = \frac{2}{3}$ より、 $y = \frac{2}{3}x + b$ となる。

$y = \frac{2}{3}x + b$ に、 $x = 1$ 、 $y = 2$ を代入。

$$2 = \frac{2}{3} \times 1 + b$$

$$2 = \frac{2}{3} + b$$

$$b = \frac{4}{3}$$

$$a = \frac{2}{3} \quad b = \frac{4}{3} \text{ より}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

となる。

次の問いを

考えよう！

問1① 変化の割合が3で $x=1$ のとき、 $y=4$



「傾きが3で、点(1, 4)を通る直線」
と同じこと。

$y=3x+b$ に、 $x=1$ $y=4$ を代入。

$4=3 \times 1 + b$ より、 $b=1$ となる。

よって求める式は $y=3x+1$ となる。

② 変化の割合が -1 で $x=-2$ のとき、 $y=-3$



「傾きが -1 で、点 $(-2, -3)$ を通る直線」
と同じこと。

$y=-x+b$ に、 $x=-2$ $y=-3$ を代入。

$-3=-1 \times (-2)+b$ より、 $b=-5$ となる。

よって求める式は $y=-x-5$ となる。

問2① 点(1, 2)を通り、傾きが-3

$y = -3x + b$ に、 $x = 1$ $y = 2$ を代入。

$2 = -3 \times 1 + b$ より、 $b = 5$ となる。

よって求める式は

$y = -3x + 5$ となる。

② 点(2, 0)を通り、 $y = \frac{4}{3}x + 5$ に平行。

平行な直線の傾きは等しい。

よって求める直線の傾きは $\frac{4}{3}$ となる。

「傾きが $\frac{4}{3}$ で、点(2, 0)を通る直線」

$y = \frac{4}{3}x + b$ に、 $x = 2$ $y = 0$ を代入。

$$0 = \frac{4}{3} \times 2 + b \text{ より、 } b = -\frac{8}{3}$$

よって求める式は $y = \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$ となる。

3. 二点の座標 から

一次関数の式を求める。

二点の座標から式を求める。

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

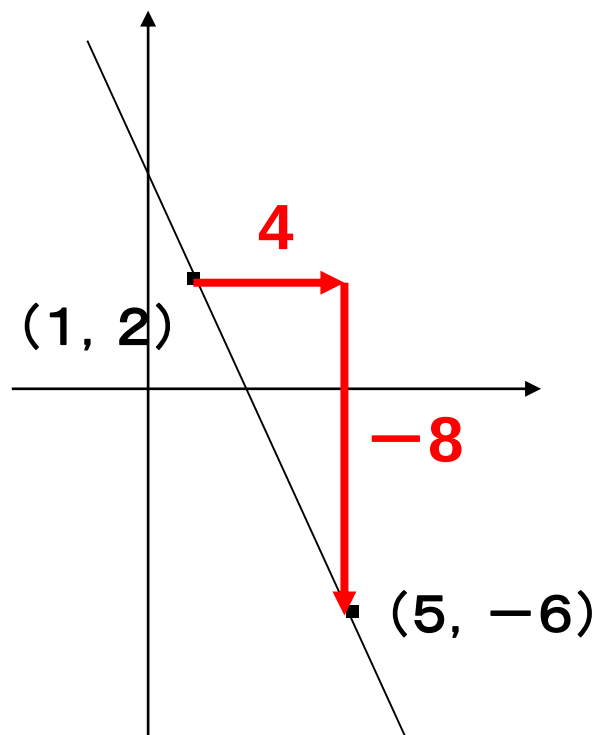
解法1

傾きを求めて一点の座標を利用。

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

解法1

傾きを求めて一点の座標を利用。



二点から傾きを求める。

$$y \text{ の増加量 } -6 - 2 = -8$$

$$(1, 2) \rightarrow (5, -6)$$

$$x \text{ の増加量 } 5 - 1 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{よって } a &= \frac{-8}{4} \\ &= -2 \end{aligned}$$

傾きだ！

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

傾きが **-2** となった。

よって、「傾き」と「一点」
から直線の方程式を求
めればよいことになる。

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

傾きが -2 であるので、 $y = -2x + b$ となる。

あとはこの式に(1, 2)、(5, -6)どちらかの点の座標を $y = -2x + b$ に代入し、 b の値を求めればよい。

$x=1$ 、 $y=2$ を代入。

$$2 = -2 \times 1 + b$$

$$2 = -2 + b$$

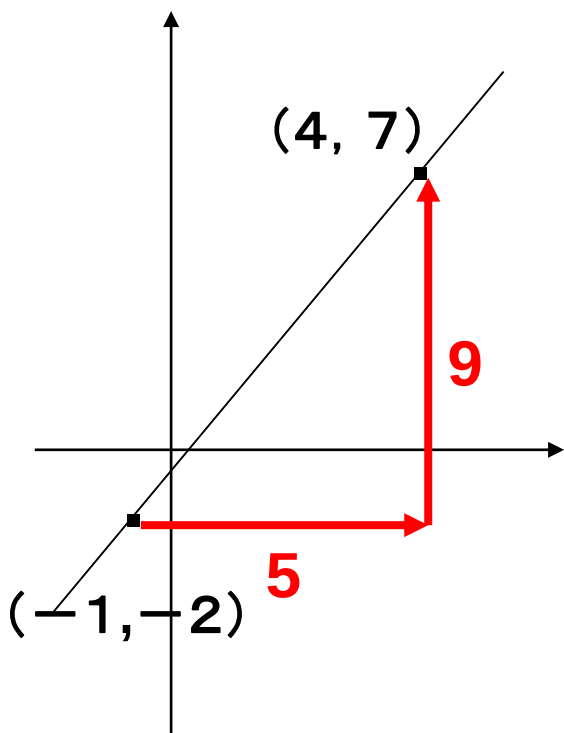
$$b = 4$$

よって $a = -2$ $b = 4$ より

$$y = -2x + 4$$

となる。

2点 $(-1, -2)$ 、 $(4, 7)$ を通る直線の式。



二点から傾きを求める。

$$y \text{ の増加量} \quad 7 - (-2) = 9$$

$$(-1, -2) \rightarrow (4, 7)$$

$$x \text{ の増加量} \quad 4 - (-1) = 5$$

$$\text{よって } a = \frac{9}{5}$$

傾きだ！

2点 $(-1, -2)$ 、 $(4, 7)$ を通る直線の式。

傾きが $\frac{9}{5}$ であるので、 $y = \frac{9}{5}x + b$ となる。

あとはこの式に $(-1, -2)$ 、 $(4, 7)$ どちらかの点の座標を代入し、 b の値を求める。

$x = -1$ 、 $y = -2$ を代入。

$$-2 = \frac{9}{5} \times (-1) + b$$

$$-2 = -\frac{9}{5} + b$$

$$b = -\frac{1}{5}$$

$$\text{よって } a = \frac{9}{5} \text{ } b = -\frac{1}{5} \text{ より}$$

$$y = \frac{9}{5}x - \frac{1}{5}$$

となる。

二点の座標から式を求める。

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

解法2

連立方程式の利用

2点(1, 2)、(5, -6)を通る直線の式を求めよ。

解法2

連立方程式の利用

$y=ax+b$ に
 $x=1$ 、 $y=2$ を代入。



$$2=a+b$$

$y=ax+b$ に
 $x=5$ 、 $y=-6$ を代入。

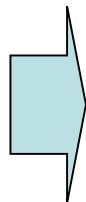


$$-6=5a+b$$



aとbについての連立方程式

$$\begin{cases} 2=a+b \\ -6=5a+b \end{cases}$$



$$\begin{cases} a+b= 2 \\ 5a+b= -6 \end{cases}$$

a と b についての連立方程式を解く。

$$\begin{array}{r} a+b= 2 \\ -) 5a+b= -6 \\ \hline -4a=8 \\ a=-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a+b=2 \text{ より} \\ -2+b=2 \\ \text{よって } b=4 \end{array}$$

$y=ax+b$ におき、 $a=-2$ 、 $b=4$ であるので求める直線の式は、

$$y=-2x+4$$

となる。

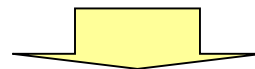
2点 $(-1, -2)$ 、 $(4, 7)$ を通る直線の式。

$y=ax+b$ に
 $x=-1, y=-2$ を代入。



$$-2 = -a + b$$

$y=ax+b$ に
 $x=4, y=7$ を代入。



$$7 = 4a + b$$



a と b についての連立方程式

$$\begin{cases} -a+b=-2 \cdots \textcircled{1} \\ 4a+b=7 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{を解く。}$$

②-①

$$4a+b=7$$

$$\text{—) } -a+b=-2$$

$$5a=9$$

$$a=\frac{9}{5}$$

これを①に代入

$$-\frac{9}{5}+b=-2$$

$$\text{よって } b=-\frac{1}{5}$$

故に、

$$y=\frac{9}{5}x-\frac{1}{5}$$

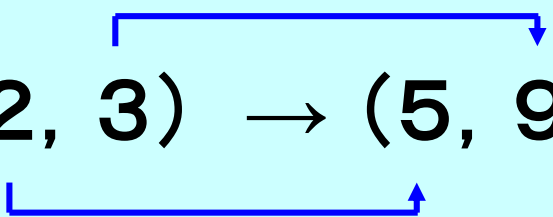
となる。

次の課題

2点(2, 3)、(5, 9)を通る直線の式。解法1

二点から傾きを求める。

$$y \text{ の増加量} \quad 9 - 3 = 6$$


$$(2, 3) \rightarrow (5, 9)$$

$$x \text{ の増加量} \quad 5 - 2 = 3$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad a &= \frac{6}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$y = 2x + b \quad \text{に}$$

$x=2$ 、 $y=3$ を代入

$$3 = 2 \times 2 + b$$

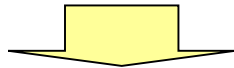
$$\text{より} \quad b = -1$$

よって

$$y = 2x - 1$$

2点(2, 3)、(5, 9)を通る直線の式。解法2

$y=ax+b$ に
 $x=2, y=3$ を代入。



$$3=2a+b$$

$y=ax+b$ に
 $x=5, y=9$ を代入。



$$9=5a+b$$



a と b についての連立方程式

$$\begin{cases} 2a+b=3 \dots \textcircled{1} \\ 5a+b=9 \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{を解く。}$$

②－①

$$5a+b=9$$

$$-) 2a+b=3$$

$$3a=6$$

$$a=2$$

これを①に代入

$$2 \times 2 + b = 3$$

$$\text{よって } b = -1$$

故に、

$$y = 2x - 1$$

となる。

2点 $(-3, 5)$ 、 $(2, -1)$ を通る直線の式。解法1

二点から傾きを求める。

y の増加量 $-1 - 5 = -6$
 $(-3, 5) \rightarrow (2, -1)$
 x の増加量 $2 - (-3) = 5$

よって $a = -\frac{6}{5}$

$$y = -\frac{6}{5}x + b \quad \text{に}$$

$x=2$ 、 $y=-1$ を代入

$$-1 = -\frac{6}{5} \times 2 + b$$

より $b = \frac{7}{5}$

よって

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{7}{5}$$

2点 $(-3, 5)$ 、 $(2, -1)$ を通る直線の式。解法2

$y=ax+b$ に
 $x=-3, y=5$ を代入。



$$5 = -3a + b$$

$y=ax+b$ に
 $x=2, y=-1$ を代入。



$$-1 = 2a + b$$



a と b についての連立方程式

$$\begin{cases} -3a+b=5 \dots \textcircled{1} \\ 2a+b=-1 \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{を解く。}$$

① - ②

$$-3a+b=5$$

$$\text{—) } 2a+b=-1$$

$$\hline -5a=6$$

$$a = -\frac{6}{5}$$

これを②に代入

$$2 \times \left(-\frac{6}{5}\right) + b = -1$$

$$\text{よって } b = \frac{7}{5}$$

故に、

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{7}{5}$$

となる。

ごくろうであった。

